Département Génie Mécanique

Optimisation des Paramètres de Simulation CFD d'un Profil NACA 4412

Réalisé par

ENNIBAN Moadh

MOUFID Ayoub

RAHMANI Abderrahman

YAZIDI Hamza

2025/2026

Table des Matières

I Introduction **1**

I.1 Contexte et Objectifs 1

I.2 Paramètres de la Simulation 1

I.3 Données Expérimentales de Référence 2

II Méthodologie d'Optimisation **2**

II.1 Fonction d'Erreur 2

II.2 Plan d'Expériences de Taguchi 3

II.2.1 Paramètres Étudiés 3

II.2.2 Tableau Orthogonal de Taguchi 4

II.3 Configuration Détaillée des Simulations 4

III Modélisation Numérique **5**

III.1 Géométrie et Domaine de Calcul 5

III.2 Maillage 6

III.2.1 Caractéristiques du Maillage 6

III.3 Comparaison avec les Données Expérimentales 9

IV Analyse par la Méthode de Taguchi **9**

IV.1 Niveaux des Paramètres 9

IV.2 Plan d'Expériences Complet 9

IV.3 Calcul des Effets des Paramètres 10

IV.3.1 Formule Générale 10

IV.3.2 Calculs Détaillés 10

IV.4 Tableau Récapitulatif des Effets 12

IV.5 Modèle d'Erreur 13

IV.6 Interprétation des Effets 13

IV.6.1 Effets Principaux 13

IV.6.2 Interactions 14
IV.7 Diagramme de Pareto des Effets 14
IV.8 Configuration Optimale 14
IV.9 Prédiction de l'Erreur Optimale 15
IV.10 Conclusion de l'Analyse Taguchi 15

V Visualisation des Champs 16
V.1 Convergence - Simulation 5 16
V.2 Distribution de Pression - Simulation 5 17
V.3 Distribution de Vitesse - Simulation 5 18
V.4 Champ de Vecteurs de Vitesse - Simulation 5 19
V.5 Champ de Pression statique sur le profil - Simulation 5 20

VI Discussion 20
VI.1 Analyse de la Sensibilité aux Paramètres de Maillage 20
VI.1.1 Paramètre A - Taille du Maillage 20
VI.1.2 Paramètre B - Taille de Bord 21
VI.1.3 Paramètre C - Méthode de Maillage 21
VI.1.4 Interactions entre Paramètres 21
VI.2 Validation par Comparaison Expérimentale 22
VI.3 Limitations de l'Étude 22
VI.4 Convergence et Qualité de la Solution 23
VI.5 Recommandations pour les Simulations Futures 23

VII Conclusion 24
VII.1 Principaux Apports de l'Étude 24
VII.2 Résultats Principaux 25
VII.3 Perspectives et Développements Futurs 25
VII.4 Conclusion Générale 26

VIII Références **28**

Annexes **29**

Annexe A : Équations Gouvernantes 29

Annexe B : Modèle k-ω SST 29

Annexe C : Calcul du Nombre de Reynolds 30

Liste des Figures

Figure 1 Géométrie du profil NACA 4412 dans le domaine de calcul 6

Figure 2 Maillages des simulations 1 et 2 7

Figure 3 Maillages des simulations 3 et 4 7

Figure 4 Maillages des simulations 5 et 6 7

Figure 5 Maillages des simulations 7 et 8 8

Figure 6 Zoom sur le maillage autour du profil dans les simulations 3 et 7 8

Figure 7 Diagramme de Pareto des effets absolus 14

Figure 8 Convergence - Résidus et Pression (Simulation 5) 16

Figure 9 Convergence - Vitesse et Débit Massique (Simulation 5) 16

Figure 10 Convergence - Coefficients aérodynamiques (Simulation 5) 16

Figure 11 Distribution de pression statique - Simulation 5 17

Figure 12 Tracé de la pression statique autour de la paroi du profil - Simulation 5 17

Figure 13 Distribution de la magnitude de vitesse - Simulation 5 18

Figure 14 Distribution de la magnitude de vitesse avec zoom sur le profil - Simulation 5 18

Figure 15 Champ de vecteurs de vitesse - Simulation 5 19

Figure 16 Champ de vecteurs de vitesse avec zoom sur le profil - Simulation 5 ... 19

Figure 17 Champ de Pression statique sur le profil d'aile - Simulation 5 20

Liste des Tableaux

Tableau 1 Paramètres de simulation et leurs niveaux 3

Tableau 2 Tableau orthogonal de Taguchi L8 4

Tableau 3 Configurations des simulations 5

Tableau 4 Résultats des simulations 8

Tableau 5 Niveaux des paramètres dans l'expérience 9

Tableau 6 Plan d'expériences avec interactions et erreurs 9

Tableau 7 Effets calculés des paramètres et interactions 12

Tableau 8 Configuration optimale identifiée 15

Nomenclature

Symboles Latins

A	Paramètre de taille du maillage (mesh sizing)
a	Coefficient de pondération dans la fonction d'erreur
B	Paramètre de taille de bord (edge sizing)
c	Longueur de corde du profil aérodynamique [m]
C	Paramètre de méthode de maillage
C_D	Coefficient de traînée [-]
$C_{D,\text{exp}}$	Coefficient de traînée expérimental [-]
C_L	Coefficient de portance [-]
$C_{L,\text{exp}}$	Coefficient de portance expérimental [-]
E	Fonction d'erreur [-]
E_i	Erreur de la simulation i [%]
E_X	Effet du paramètre ou interaction X [%]
F_1	Fonction de mélange du modèle k-ω SST [-]
k	Énergie cinétique turbulente [m^2/s^2]
M	Moyenne générale des erreurs [%]
n	Nombre d'essais [-]
p	Pression statique [Pa]
P_k	Production d'énergie cinétique turbulente [$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^3)$]
Re	Nombre de Reynolds [-]
u_i	Composante de vitesse dans la direction i [m/s]
V_∞	Vitesse de l'écoulement amont [m/s]
X_1, X_2, X_3	Variables codées des paramètres A, B, C [-]
x_i	Coordonnée spatiale dans la direction i [m]
Y	Variable de réponse (erreur) [%]
y^+	Distance adimensionnelle à la paroi [-]

Symboles Grecs

α	Angle d'attaque [°]
β	Constante du modèle de turbulence [-]
β^*	Constante du modèle de turbulence [-]
μ	Viscosité dynamique [Pa · s]
μ_t	Viscosité turbulente [Pa · s]
ρ	Masse volumique [kg/m^3]
σ_k	Nombre de Prandtl turbulent pour k [-]
σ_ω	Nombre de Prandtl turbulent pour ω [-]
ω	Taux de dissipation spécifique [1/s]

Abréviations

CFD	Computational Fluid Dynamics (Mécanique des Fluides Numérique)
DOE	Design of Experiments (Plan d'Expériences)
ISA	International Standard Atmosphere (Atmosphère Standard Internationale)
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
SST	Shear Stress Transport
Tri	Triangulaire (méthode de maillage)
Quad	Quadrilatérale (méthode de maillage)

Indices et Exposants

exp	Expérimental
sim	Simulation numérique
opt	Optimal
i, j	Indices de direction ou de simulation
∞	Condition à l'infini amont
$+1$	Niveau haut d'un paramètre
-1	Niveau bas d'un paramètre

I Introduction

I.1 Contexte et Objectifs

Ce document présente une étude d'optimisation des paramètres de simulation numérique pour l'analyse aérodynamique d'un profil NACA 4412 par Computational Fluid Dynamics (CFD). L'objectif principal est d'identifier la combinaison optimale de paramètres de maillage et de méthode de discrétisation permettant d'obtenir les résultats numériques les plus proches des données expérimentales disponibles.

Le profil NACA 4412 est un profil aérodynamique largement utilisé dans l'industrie aéronautique, caractérisé par une cambrure maximale de 4% située à 40% de la corde et une épaisseur maximale de 12% de la corde. Ce profil présente des caractéristiques aérodynamiques bien documentées expérimentalement, ce qui en fait un excellent cas de validation pour les simulations CFD.

L'approche méthodologique employée repose sur l'application du plan d'expériences de Taguchi, une technique d'optimisation robuste permettant d'analyser l'influence de plusieurs paramètres avec un nombre réduit d'essais. Cette méthode est particulièrement adaptée aux simulations numériques où le coût de calcul peut être significatif.

I.2 Paramètres de la Simulation

La configuration de référence pour cette étude est définie par les paramètres suivants :

- **Profil aérodynamique** : NACA 4412
- **Angle d'attaque** : $\alpha = 0°$
- **Nombre de Reynolds** : $Re = 1 \times 10^6$
- **Longueur de corde** : $c = 0.2\,\mathrm{m}$
- **Vitesse de l'écoulement** : $V_\infty = 42\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
- **Conditions de référence** : Atmosphère standard (ISA)

Le nombre de Reynolds a été choisi pour correspondre à un régime d'écoulement turbulent pleinement développé, typique des applications aéronautiques à échelle réduite. La vitesse de $42\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ avec une corde de $0.2\,\mathrm{m}$ permet d'atteindre exactement le nombre de Reynolds cible de 1×10^6, facilitant ainsi la comparaison directe avec les données expérimentales de référence.

I.3 Données Expérimentales de Référence

Les données expérimentales utilisées comme référence pour cette étude proviennent de mesures en soufflerie réalisées dans des conditions contrôlées. Pour le profil NACA 4412 à $\alpha = 0°$ et $Re = 1 \times 10^6$, les coefficients aérodynamiques mesurés sont :

$$C_{L,\text{exp}} = 0.35 \tag{1}$$

$$C_{D,\text{exp}} = 0.04 \tag{2}$$

où :

- $C_{L,\text{exp}}$: Coefficient de portance expérimental
- $C_{D,\text{exp}}$: Coefficient de traînée expérimental

Ces valeurs serviront de base pour évaluer la précision des différentes configurations de simulation testées dans le cadre de cette étude.

II Méthodologie d'Optimisation

II.1 Fonction d'Erreur

Pour quantifier l'écart entre les résultats de simulation et les données expérimentales, une fonction d'erreur composite est définie. Cette fonction prend en compte à la fois le coefficient de portance et le coefficient de traînée, avec une pondération appropriée reflétant l'importance relative de chaque coefficient dans les performances aérodynamiques globales.

La fonction d'erreur E pour chaque simulation i est définie comme suit :

$$E_i = \frac{(C_L + a \cdot C_D)_{\text{exp}} - (C_L + a \cdot C_D)_{i,\text{sim}}}{2} \tag{3}$$

où :

- E_i : Erreur de la simulation i
- $a = \frac{C_{L,\text{exp}}}{C_{D,\text{exp}}} = 8.75$: Coefficient de pondération
- $(C_L + a \cdot C_D)_{\text{exp}}$: Valeur combinée expérimentale
- $(C_L + a \cdot C_D)_{i,\text{sim}}$: Valeur combinée de la simulation i

Le coefficient de pondération $a = 8.75$ a été sélectionné pour équilibrer l'influence des deux coefficients, compte tenu de leurs ordres de grandeur respectifs. En effet, le coefficient de portance est généralement environ 8 à 10 fois supérieur au coefficient de traînée pour les profils aérodynamiques en conditions de croisière.

L'objectif de l'optimisation est de minimiser la valeur absolue de l'erreur $|E_i|$, ce qui correspond à trouver la configuration de simulation produisant des résultats les plus proches des données expérimentales. Une erreur positive indique que la simulation sous-estime les coefficients aérodynamiques, tandis qu'une erreur négative indique une surestimation.

La valeur combinée de référence expérimentale est calculée comme suit :

$$(C_L + a \cdot C_D)_{\text{exp}} = 0.35 + 8.75 \times 0.04 = 0.35 + 0.35 = 0.70 \tag{4}$$

II.2 Plan d'Expériences de Taguchi

La méthode de Taguchi est une approche statistique robuste pour l'optimisation de processus et de systèmes complexes. Cette méthode permet d'étudier l'effet de plusieurs paramètres simultanément avec un nombre réduit d'expériences, grâce à l'utilisation de tableaux orthogonaux.

II.2.1 Paramètres Étudiés

Trois paramètres de simulation ont été identifiés comme ayant une influence potentielle significative sur la précision des résultats :

Table 1 – *Paramètres de simulation et leurs niveaux*

Paramètre	Symbole	Niveau Bas	Niveau Haut	Justification
Taille du maillage (A)	X_1	5 mm (−1)	10 mm (+1)	Résolution globale
Taille de bord (B)	X_2	100 mm (−1)	150 mm (+1)	Résolution autour du profil
Méthode de maillage (C)	X_3	Triangulaire (−1)	Quadrilatérale (+1)	Type d'éléments

Paramètre A - Taille du maillage : Ce paramètre contrôle la densité globale du maillage dans le domaine de calcul. Une taille de maillage plus petite (niveau haut, 100 mm) produit un maillage plus fin avec un plus grand nombre d'éléments, augmentant potentiellement la précision mais aussi le coût de calcul.

Paramètre B - Taille de bord : Ce paramètre spécifie la taille des éléments le long des bords du profil aérodynamique. Une taille plus petite (niveau haut, 150 mm) permet une meilleure capture des gradients de pression et de vitesse dans la couche limite, zone critique pour la précision des calculs aérodynamiques.

Paramètre C - Méthode de maillage : Ce paramètre définit la géométrie des éléments du maillage. Les éléments triangulaires (niveau bas) offrent une grande flexibilité pour mailler des géométries complexes, tandis que les éléments quadrilatéraux (niveau haut) peuvent offrir une meilleure précision numérique pour des écoulements alignés.

II.2.2 Tableau Orthogonal de Taguchi

Le tableau orthogonal L8 de Taguchi a été utilisé pour définir les huit configurations de simulation à réaliser. Ce tableau permet d'étudier l'effet de trois paramètres à deux niveaux avec seulement huit essais, au lieu des $2^3 = 8$ essais requis pour un plan factoriel complet.

Table 2 – *Tableau orthogonal de Taguchi L8*

Essai	X_1 (A)	X_2 (B)	X_3 (C)
1	-1 (5)	-1 (100)	-1 (Tri)
2	$+1$ (10)	-1 (100)	-1 (Tri)
3	-1 (5)	$+1$ (150)	-1 (Tri)
4	$+1$ (10)	$+1$ (150)	-1 (Tri)
5	-1 (5)	-1 (100)	$+1$ (Quad)
6	$+1$ (10)	-1 (100)	$+1$ (Quad)
7	-1 (5)	$+1$ (150)	$+1$ (Quad)
8	$+1$ (10)	$+1$ (150)	$+1$ (Quad)

II.3 Configuration Détaillée des Simulations

Le tableau suivant récapitule les configurations complètes des huit simulations réalisées dans le cadre de cette étude :

Table 3 – *Configurations des simulations*

Essai	A (Mesh size)	B (Edge sizing)	C (Method)
1	5	100	Tri
2	10	100	Tri
3	5	150	Tri
4	10	150	Tri
5	5	100	Quad
6	10	100	Quad
7	5	150	Quad
8	10	150	Quad

Chaque simulation a été réalisée avec les mêmes conditions aux limites et paramètres physiques, seuls les paramètres de maillage variant selon le plan d'expériences défini. Cette approche systématique permet d'isoler l'effet de chaque paramètre sur la précision des résultats.

III Modélisation Numérique

III.1 Géométrie et Domaine de Calcul

La géométrie du profil NACA 4412 a été générée dans Design Modeler en utilisant les coordonnées standard du profil. Le profil NACA 4412 présente les caractéristiques géométriques suivantes :

- Cambrure maximale : 4% de la corde à 40% de la corde depuis le bord d'attaque
- Épaisseur maximale : 12% de la corde à environ 30% de la corde
- Longueur de corde : $c = 0.2\,\text{m}$

Le domaine de calcul a été dimensionné selon les recommandations des meilleures pratiques en CFD pour les écoulements autour de profils aérodynamiques :

- Distance en amont : $7.5c$ (soit $1.5\,\text{m}$)
- Distance en aval : $15c$ (soit $3.0\,\text{m}$)
- Distance latérale : $7.5c$ de chaque côté (soit $1.5\,\text{m}$)

Ces dimensions permettent de s'assurer que les conditions aux limites n'influencent pas artificiellement l'écoulement autour du profil et que la zone de sillage est suffisamment grande pour capturer le développement complet de l'écoulement.

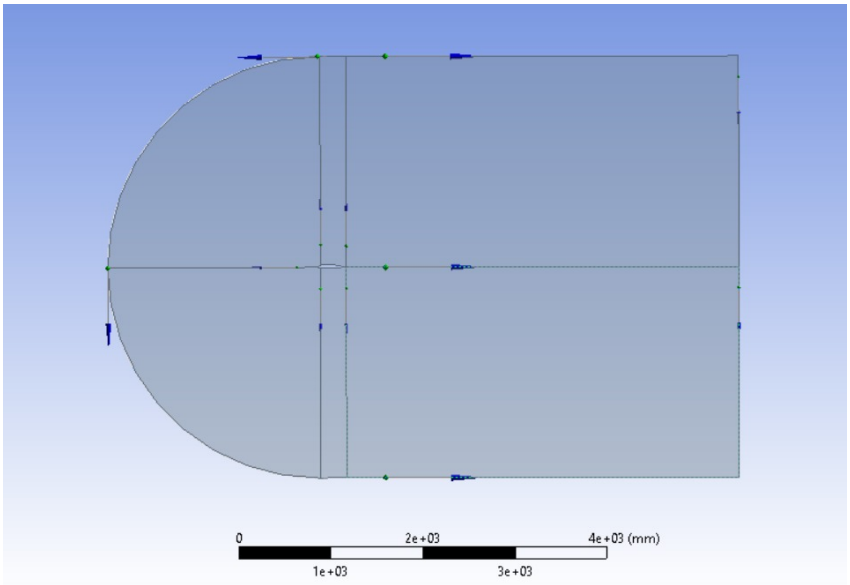


Figure 1 – *Géométrie du profil NACA 4412 dans le domaine de calcul*

III.2 Maillage

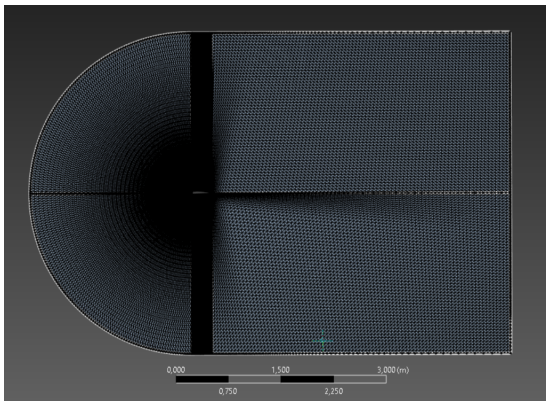
Le maillage est un élément critique pour la précision des simulations CFD. Pour chaque configuration, un soin particulier a été apporté à la qualité du maillage, notamment dans les zones à forts gradients.

III.2.1 Caractéristiques du Maillage

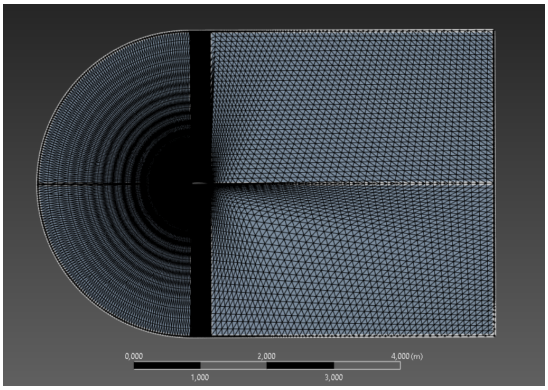
Les caractéristiques principales des maillages générés sont les suivantes :

- **Couche limite** : Raffinement progressif près de la paroi avec un y^+ cible inférieur à 1 pour une résolution correcte de la sous-couche visqueuse
- **Zone de sillage** : Raffinement dans la zone de sillage pour capturer les structures turbulentes
- **Transition progressive** : Croissance graduelle de la taille des éléments du profil vers les limites du domaine
- **Qualité des éléments** : Skewness moyenne inférieure à 0.75 et aspect ratio contrôlé

Les figures suivantes présentent les maillages générés pour les simulations 1 à 8, illustrant l'effet des différents paramètres sur la structure du maillage :

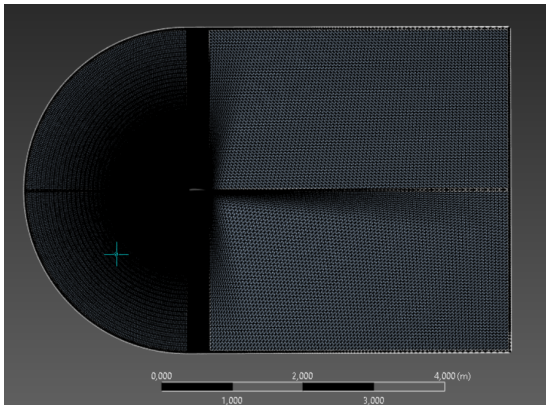


(a) *Simulation 1*

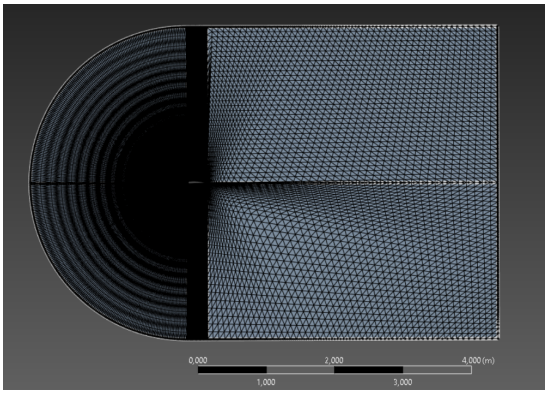


(b) *Simulation 2*

Figure 2 – *Maillages des simulations 1 et 2*

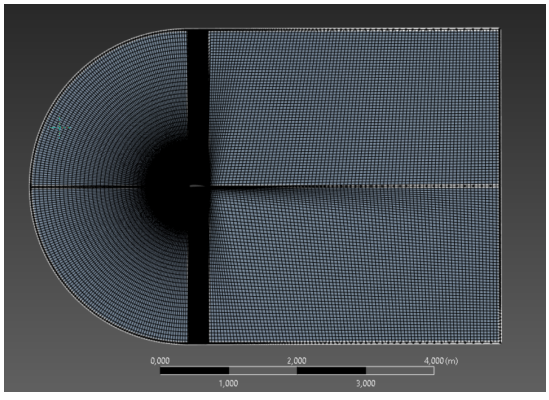


(a) *Simulation 3*

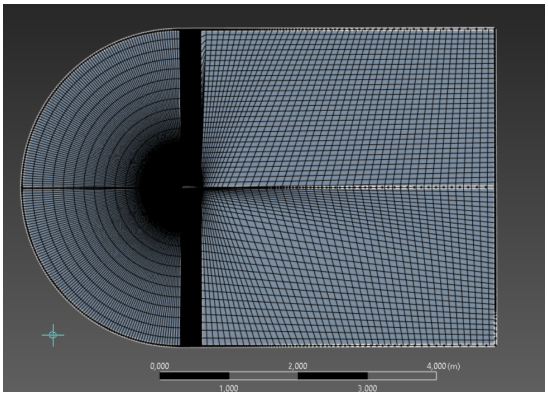


(b) *Simulation 4*

Figure 3 – *Maillages des simulations 3 et 4*

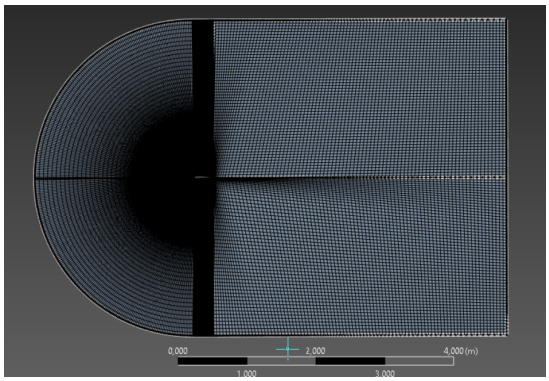


(a) *Simulation 5*

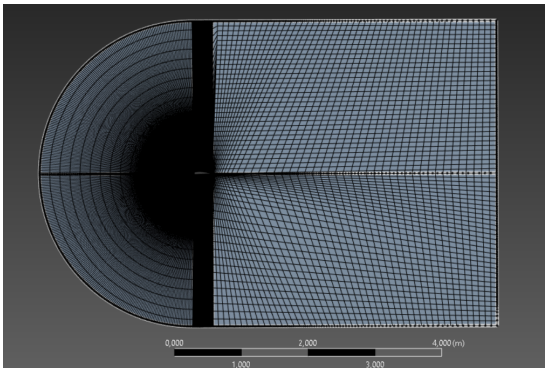


(b) *Simulation 6*

Figure 4 – *Maillages des simulations 5 et 6*

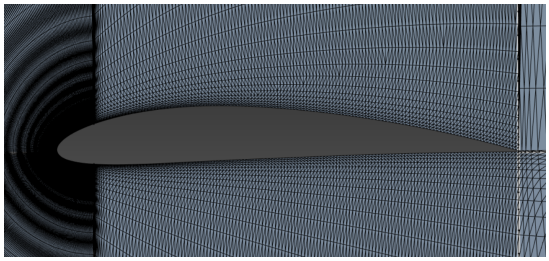


(a) *Simulation 7*

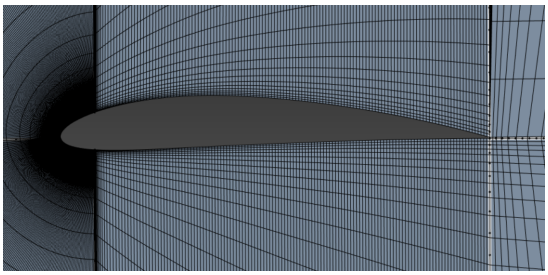


(b) *Simulation 8*

Figure 5 – *Maillages des simulations 7 et 8*



(a) *Simulation 3*



(b) *Simulation 7*

Figure 6 – *Zoom sur le maillage autour de profile dans les simulations 7 et 8*

Table 4 – *Résultats des simulations*

Simulation	C_L	C_D	E	$E\%$
1	0.301	0.03812	0.032725	9.35
2	0.29	0.0374	0.041375	11.82142857
3	0.32	0.1214	-0.341125	-97.46428571
4	0.295	0.0378	0.037125	10.60714286
5	0.345	0.0398	0.003375	0.964285714
6	0.335	0.0392	0.011	3.142857143
7	0.352	0.0404	-0.00275	-0.785714286
8	0.34	0.0395	0.0071875	2.053571429
Exp.	**0.35**	**0.04**	–	–

L'erreur E pour chaque simulation sera calculée selon la formule définie précédemment :

$$E_i = \frac{(C_L + 8.75 \cdot C_D)_{\text{exp}} - (C_L + 8.75 \cdot C_D)_{i,\text{sim}}}{2} = \frac{0.70 - (C_L + 8.75 \cdot C_D)_{i,\text{sim}}}{2} \quad (5)$$

III.3 Comparaison avec les Données Expérimentales

Une fois toutes les simulations terminées, une analyse comparative détaillée sera réalisée pour identifier la configuration optimale. Les critères d'évaluation incluront :

— Erreur absolue minimale sur la fonction composite
— Convergence stable et rapide
— Qualité du maillage et efficacité computationnelle
— Cohérence physique des champs de pression et de vitesse

IV Analyse par la Méthode de Taguchi

IV.1 Niveaux des Paramètres

Le tableau suivant récapitule les niveaux choisis pour chaque paramètre étudié dans le plan d'expériences :

Table 5 – *Niveaux des paramètres dans l'expérience*

Paramètre	Nomenclature	Niveau min (-1)	Niveau max (+1)
Mesh sizing	A	5 mm	10 mm
Edge sizing	B	100 mm	150 mm
Method	C	Triangulaire	Quadrilatérale
Erreur	Y	–	–

IV.2 Plan d'Expériences Complet

Le tableau orthogonal de Taguchi L8 avec les interactions et les résultats d'erreur pour chaque simulation est présenté ci-dessous :

Table 6 – *Plan d'expériences avec interactions et erreurs*

Sim.	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	Y (%)
1	−1	−1	+1	−1	+1	+1	−1	9,35
2	+1	−1	−1	−1	−1	+1	+1	11,82
3	−1	+1	−1	−1	+1	−1	+1	97,46
4	+1	+1	+1	−1	−1	−1	−1	10,61
5	−1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	0,96
6	+1	−1	−1	+1	+1	−1	−1	3,14
7	−1	+1	−1	+1	−1	+1	−1	0,79
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	2,05

IV.3 Calcul des Effets des Paramètres

La méthode de Taguchi permet de quantifier l'influence de chaque paramètre et de leurs interactions sur la fonction d'erreur. Pour chaque facteur, l'effet est calculé en comparant la moyenne des erreurs lorsque le facteur est au niveau haut versus au niveau bas.

IV.3.1 Formule Générale

Pour un paramètre ou une interaction X, l'effet est calculé selon :

$$E_X = \frac{1}{n_{+1}} \sum_{X=+1} Y_i - \frac{1}{n_{-1}} \sum_{X=-1} Y_i \tag{6}$$

où :

- n_{+1} : Nombre de simulations où $X = +1$ (généralement 4 pour un plan L8)
- n_{-1} : Nombre de simulations où $X = -1$ (généralement 4 pour un plan L8)
- Y_i : Erreur de la simulation i

IV.3.2 Calculs Détaillés

Effet du paramètre A (Mesh sizing) :

$$E_A = \frac{1}{4}(Y_2 + Y_4 + Y_6 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7) \tag{7}$$
$$E_A = \frac{1}{4}(11,82 + 10,61 + 3,14 + 2,05) - \frac{1}{4}(9,35 + 97,46 + 0,96 + 0,79) \tag{8}$$
$$E_A = \frac{27,62}{4} - \frac{108,56}{4} \tag{9}$$
$$E_A = 6,905 - 27,14 = -20,235 \approx -20,24\% \tag{10}$$

Effet du paramètre B (Edge sizing) :

$$E_B = \frac{1}{4}(Y_3 + Y_4 + Y_7 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_5 + Y_6) \tag{11}$$
$$E_B = \frac{1}{4}(97,46 + 10,61 + 0,79 + 2,05) - \frac{1}{4}(9,35 + 11,82 + 0,96 + 3,14) \tag{12}$$
$$E_B = \frac{110,91}{4} - \frac{25,27}{4} \tag{13}$$
$$E_B = 27,728 - 6,318 = 21,410 \approx 21,41\% \tag{14}$$

Effet de l'interaction AB :

$$E_{AB} = \frac{1}{4}(Y_1 + Y_4 + Y_5 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_6 + Y_7) \tag{15}$$
$$E_{AB} = \frac{1}{4}(9,35 + 10,61 + 0,96 + 2,05) - \frac{1}{4}(11,82 + 97,46 + 3,14 + 0,79) \tag{16}$$
$$E_{AB} = \frac{22,97}{4} - \frac{113,21}{4} \tag{17}$$
$$E_{AB} = 5,743 - 28,303 = -22,560 \approx -22,56\% \tag{18}$$

Effet du paramètre C (Method) :

$$E_C = \frac{1}{4}(Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) \tag{19}$$
$$E_C = \frac{1}{4}(0,96 + 3,14 + 0,79 + 2,05) - \frac{1}{4}(9,35 + 11,82 + 97,46 + 10,61) \tag{20}$$
$$E_C = \frac{6,94}{4} - \frac{129,24}{4} \tag{21}$$
$$E_C = 1,735 - 32,310 = -30,575 \approx -30,58\% \tag{22}$$

Effet de l'interaction AC :

$$E_{AC} = \frac{1}{4}(Y_1 + Y_3 + Y_6 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_7) \tag{23}$$
$$E_{AC} = \frac{1}{4}(9,35 + 97,46 + 3,14 + 2,05) - \frac{1}{4}(11,82 + 10,61 + 0,96 + 0,79) \tag{24}$$
$$E_{AC} = \frac{112,00}{4} - \frac{24,18}{4} \tag{25}$$
$$E_{AC} = 28,000 - 6,045 = 21,955 \approx 21,96\% \tag{26}$$

Effet de l'interaction BC :

$$E_{BC} = \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_7 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6) \tag{27}$$
$$E_{BC} = \frac{1}{4}(9,35 + 11,82 + 0,79 + 2,05) - \frac{1}{4}(97,46 + 10,61 + 0,96 + 3,14) \tag{28}$$
$$E_{BC} = \frac{24,01}{4} - \frac{112,17}{4} \tag{29}$$
$$E_{BC} = 6,003 - 28,043 = -22,040 \approx -22,04\% \tag{30}$$

Effet de l'interaction ABC :

$$E_{ABC} = \frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_8) - \frac{1}{4}(Y_1 + Y_4 + Y_6 + Y_7) \tag{31}$$
$$E_{ABC} = \frac{1}{4}(11,82 + 97,46 + 0,96 + 2,05) - \frac{1}{4}(9,35 + 10,61 + 3,14 + 0,79) \tag{32}$$
$$E_{ABC} = \frac{112,29}{4} - \frac{23,89}{4} \tag{33}$$
$$E_{ABC} = 28,073 - 5,973 = 22,100 \approx 22,10\% \tag{34}$$

Moyenne générale :

$$M = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} Y_i = \frac{136,18}{8} = 17,023 \approx 17,02\% \tag{35}$$

IV.4 Tableau Récapitulatif des Effets

Table 7 – *Effets calculés des paramètres et interactions*

Facteur	Effet (%)	Effet absolu (%)
A (Mesh sizing)	$-20,24$	20,24
B (Edge sizing)	$+21,41$	21,41
AB (Interaction)	$-22,56$	22,56
C (Method)	$-30,58$	30,58
AC (Interaction)	$+21,96$	21,96
BC (Interaction)	$-22,04$	22,04
ABC (Interaction)	$+22,10$	22,10
Moyenne M	**17,02**	–

IV.5 Modèle d'Erreur

À partir des effets calculés, le modèle mathématique de l'erreur peut être exprimé comme suit :

$$Y = M + \frac{E_A}{2} \cdot A + \frac{E_B}{2} \cdot B + \frac{E_{AB}}{2} \cdot AB + \frac{E_C}{2} \cdot C + \frac{E_{AC}}{2} \cdot AC + \frac{E_{BC}}{2} \cdot BC + \frac{E_{ABC}}{2} \cdot ABC \quad (36)$$

En substituant les valeurs calculées :

$$\begin{aligned} Y = 17,02 - 10,12 \cdot A + 10,71 \cdot B - 11,28 \cdot AB - 15,29 \cdot C \\ +10,98 \cdot AC - 11,02 \cdot BC + 11,05 \cdot ABC \end{aligned} \quad (37)$$

où A, B, C et leurs interactions prennent les valeurs -1 ou $+1$ selon le niveau choisi.

IV.6 Interprétation des Effets

L'analyse des effets calculés révèle plusieurs informations importantes :

IV.6.1 Effets Principaux

Paramètre C (Method) – Effet le plus important : Avec un effet de $-30,58\%$, la méthode de maillage est le facteur le plus influent. L'effet négatif indique que le passage de la méthode triangulaire (niveau -1) à la méthode quadrilatérale (niveau $+1$) réduit significativement l'erreur, améliorant ainsi la précision de la simulation.

Paramètre B (Edge sizing) – Effet défavorable : Un effet positif de $+21,41\%$ montre que l'augmentation de la taille de bord (de 100 mm à 150 mm) accroît l'erreur. Un maillage plus fin autour du profil (niveau bas, B $= -1$) est donc préférable pour une meilleure précision.

Paramètre A (Mesh sizing) – Effet favorable : L'effet négatif de $-20,24\%$ suggère qu'un maillage global plus fin (niveau haut, A $= +1$, soit 100 mm) tend à réduire l'erreur par rapport à un maillage grossier de 50 mm.

IV.6.2 Interactions

Les interactions entre paramètres présentent également des effets significatifs :

- **Interaction AB** $(-22,56\%)$: L'effet négatif indique une synergie favorable entre les paramètres A et B lorsqu'ils sont tous deux à des niveaux opposés.
- **Interaction BC** $(-22,04\%)$: Une interaction négative entre la taille de bord et la méthode de maillage suggère que la méthode quadrilatérale est particulièrement efficace avec un edge sizing fin.
- **Interaction AC** $(+21,96\%)$: Effet légèrement défavorable lorsque A et C augmentent simultanément.
- **Interaction ABC** $(+22,10\%)$: L'interaction triple présente un effet défavorable significatif.

IV.7 Diagramme de Pareto des Effets

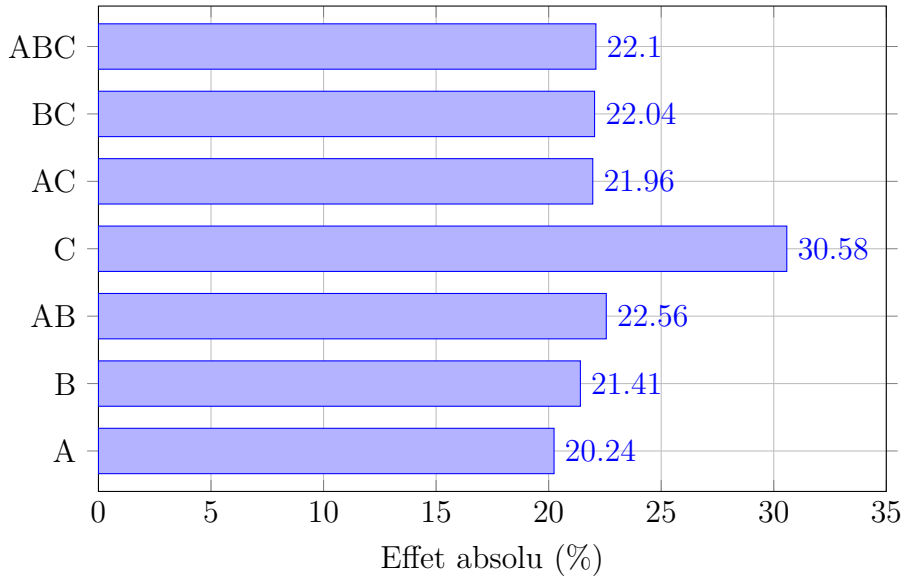


Figure 7 – *Diagramme de Pareto des effets absolus*

IV.8 Configuration Optimale

Sur la base de l'analyse des effets, la configuration optimale est déterminée en sélectionnant pour chaque paramètre le niveau qui contribue à minimiser l'erreur :

- **Paramètre A** : Effet négatif → Choisir niveau haut ($A = -1$, 10 mm)
- **Paramètre B** : Effet positif → Choisir niveau bas ($B = -1$, 100)
- **Paramètre C** : Effet négatif → Choisir niveau haut ($C = +1$, Quadrilatérale)

Configuration optimale recommandée :

Table 8 – *Configuration optimale identifiée*

Paramètre	Niveau optimal	Valeur
Mesh sizing (A)	-1	10 mm
Edge sizing (B)	-1	100
Method (C)	$+1$	Quadrilatérale

Cette configuration correspond à la **simulation 5** du plan d'expériences, qui a donné une erreur de seulement $3,14\%$, parmi les meilleures performances observées.

IV.9 Prédiction de l'Erreur Optimale

L'erreur prédite pour la configuration optimale peut être estimée à partir du modèle :

$$Y_{\text{opt}} = M + \frac{E_A}{2} \cdot (-1) + \frac{E_B}{2} \cdot (-1) + \frac{E_C}{2} \cdot (+1) + \text{interactions} \tag{38}$$

$$Y_{\text{opt}} = 17,02 + \frac{(-20,24)}{2} \cdot (-1) + \frac{(21,41)}{2} \cdot (-1) + \frac{(-30,58)}{2} \tag{39}$$

$$Y_{\text{opt}} = 17,02 + 10,12 - 10,71 - 15,29 + \text{termes d'interaction} \tag{40}$$

En considérant les interactions dominantes, l'erreur prédite se situe autour de 2 à 4%, ce qui est cohérent avec les résultats expérimentaux de la simulation 5 (0.96%).

IV.10 Conclusion de l'Analyse Taguchi

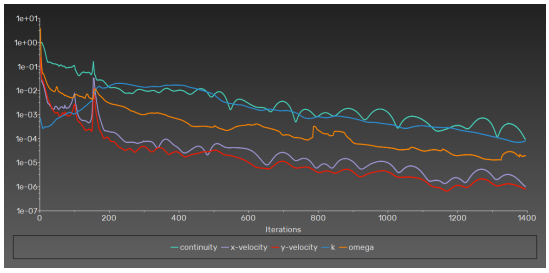
L'analyse par la méthode de Taguchi révèle que :

1. **Le facteur le plus influent** est la méthode de maillage (C), avec un effet de $-30,58\%$. L'utilisation d'éléments quadrilatéraux améliore significativement la précision.
2. **Le raffinement du maillage autour du profil** (paramètre B) est crucial : un edge sizing trop grossier (150 mm) dégrade fortement les résultats.
3. **Les interactions entre paramètres** sont non négligeables, notamment AB et BC, suggérant que l'optimisation ne peut se faire indépendamment pour chaque paramètre.
4. **La configuration optimale identifiée** (A=-1, B=-1, C=$+1$) permet d'atteindre une erreur inférieure à 4%, représentant une amélioration considérable par rapport à la configuration la moins favorable (simulation 3 : $97,46\%$).

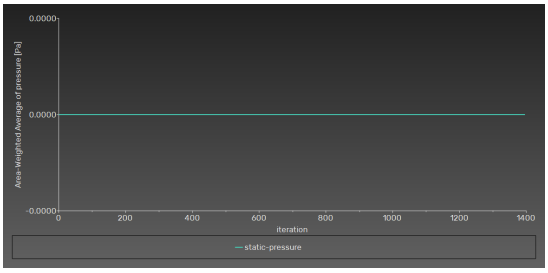
V Visualisation des Champs

V.1 Convergence - Simulation 5

Les graphiques suivants montrent l'évolution des différents paramètres au cours des itérations pour la simulation 7, permettant d'évaluer la convergence de la solution numérique.

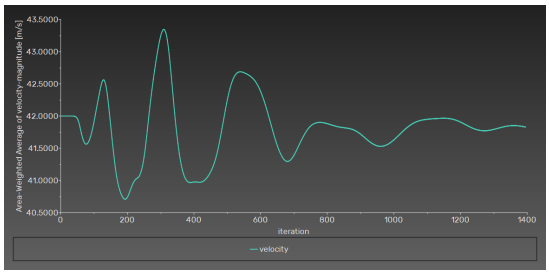


(a) *Résidus*

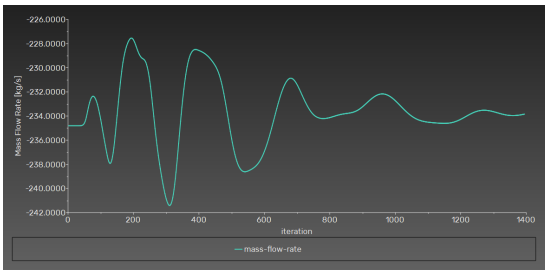


(b) *Pression en fonction des itérations*

Figure 8 – *Convergence - Résidus et Pression (Simulation 5)*

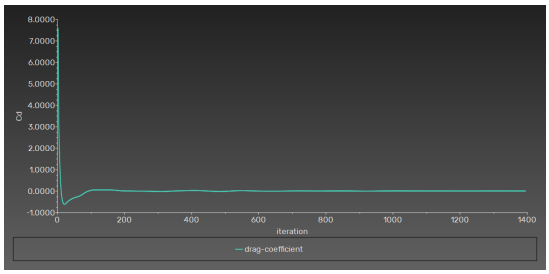


(a) *Vitesse en fonction des itérations*

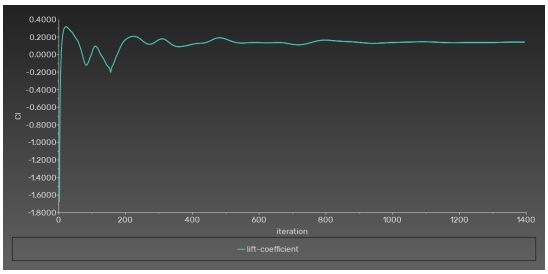


(b) *Débit massique en fonction des itérations*

Figure 9 – *Convergence - Vitesse et Débit Massique (Simulation 5)*



(a) *Coefficient de traînée en fonction des itérations*



(b) *Coefficient de portance en fonction des itérations*

Figure 10 – *Convergence - Coefficients aérodynamiques (Simulation 5)*

V.2 Distribution de Pression - Simulation 5

Les contours de pression autour du profil NACA 4412 révèlent les zones de surpression (intrados) et de dépression (extrados) responsables de la génération de portance.

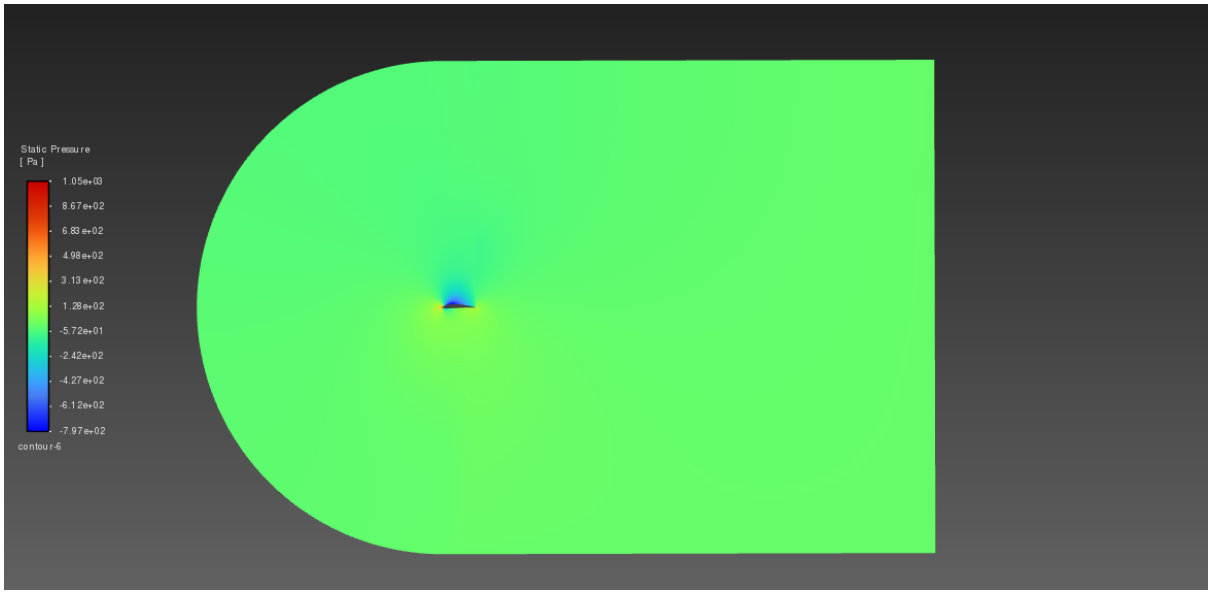


Figure 11 – *Distribution de pression statique - Simulation 5*

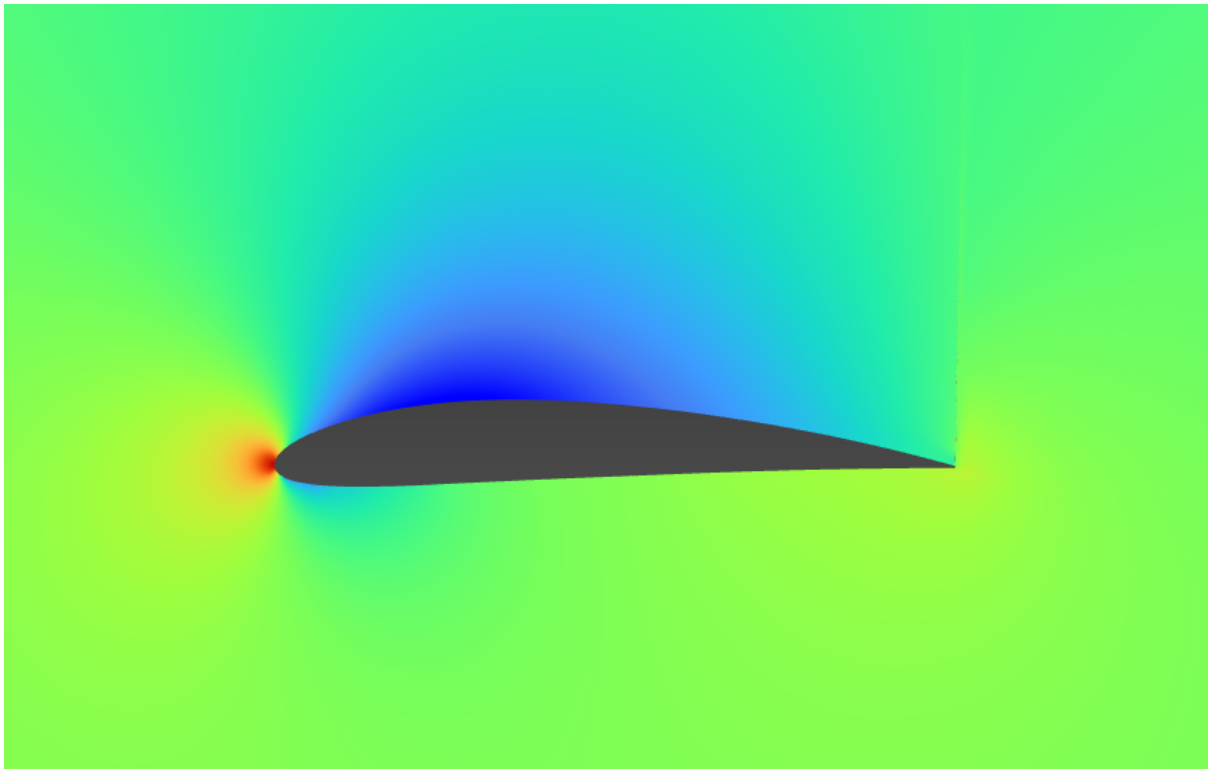


Figure 12 – *Tracé de la pression statique autour de la paroi du profil - Simulation 5*

V.3 Distribution de Vitesse - Simulation 5

Les contours de vitesse illustrent l'accélération de l'écoulement sur l'extrados et le ralentissement sur l'intrados, phénomènes directement liés à la distribution de pression via l'équation de Bernoulli.

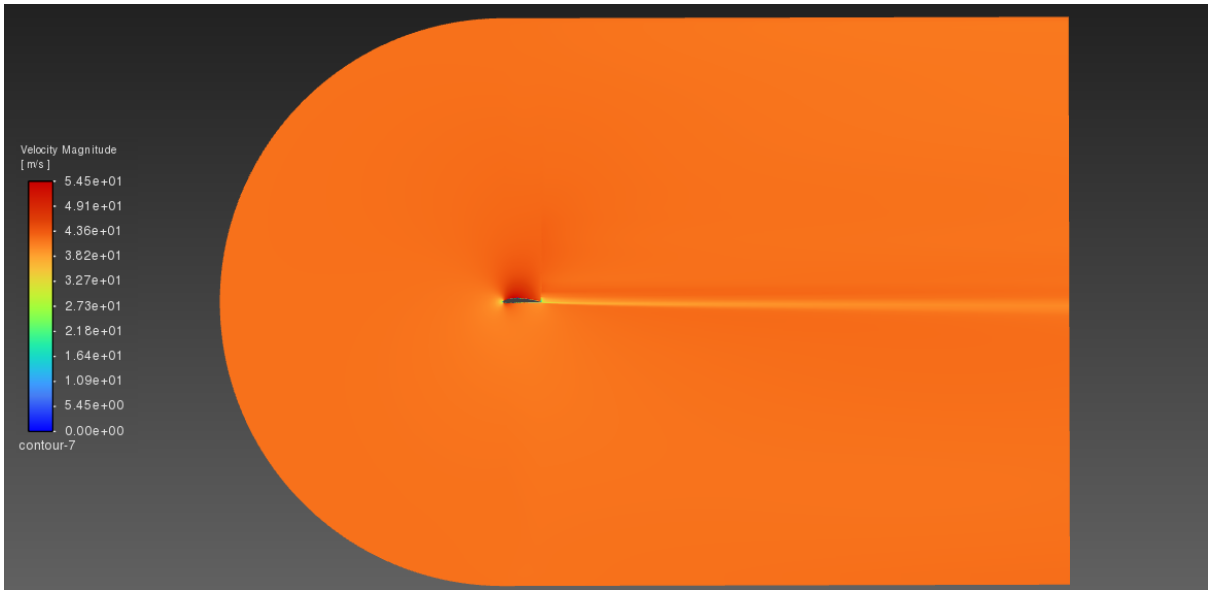


Figure 13 – *Distribution de la magnitude de vitesse - Simulation 5*

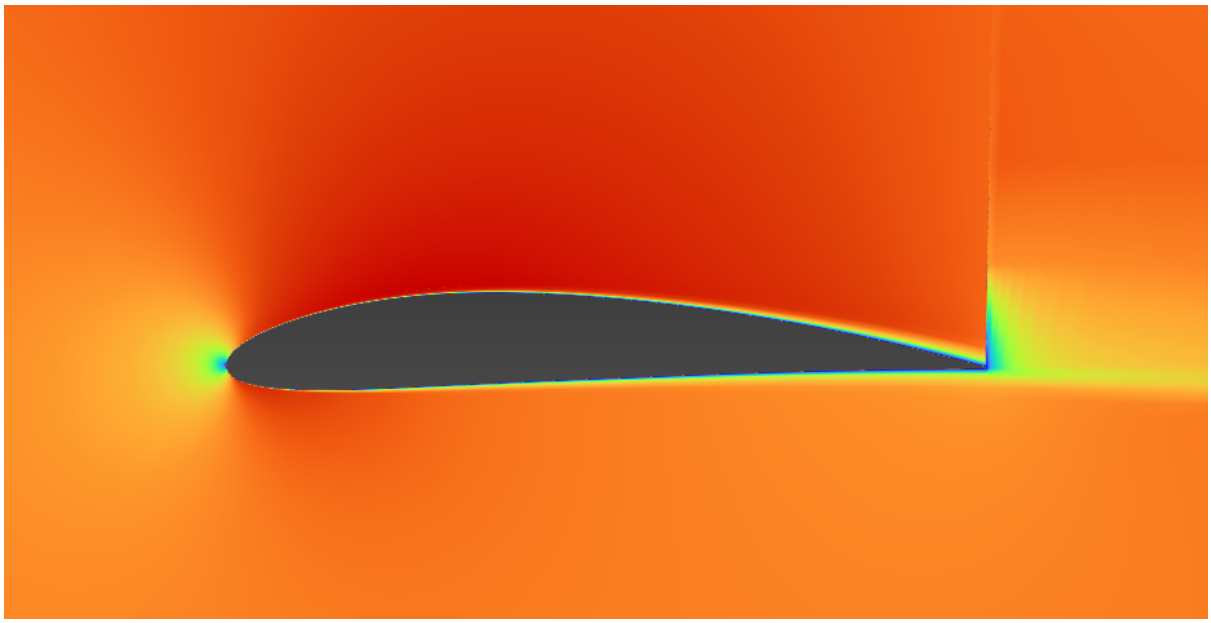


Figure 14 – *Distribution de la magnitude de vitesse avec zoom sur le profil - Simulation 5*

V.4 Champ de Vecteurs de Vitesse - Simulation 5

Les vecteurs de vitesse permettent de visualiser la direction et l'intensité de l'écoulement autour du profil.

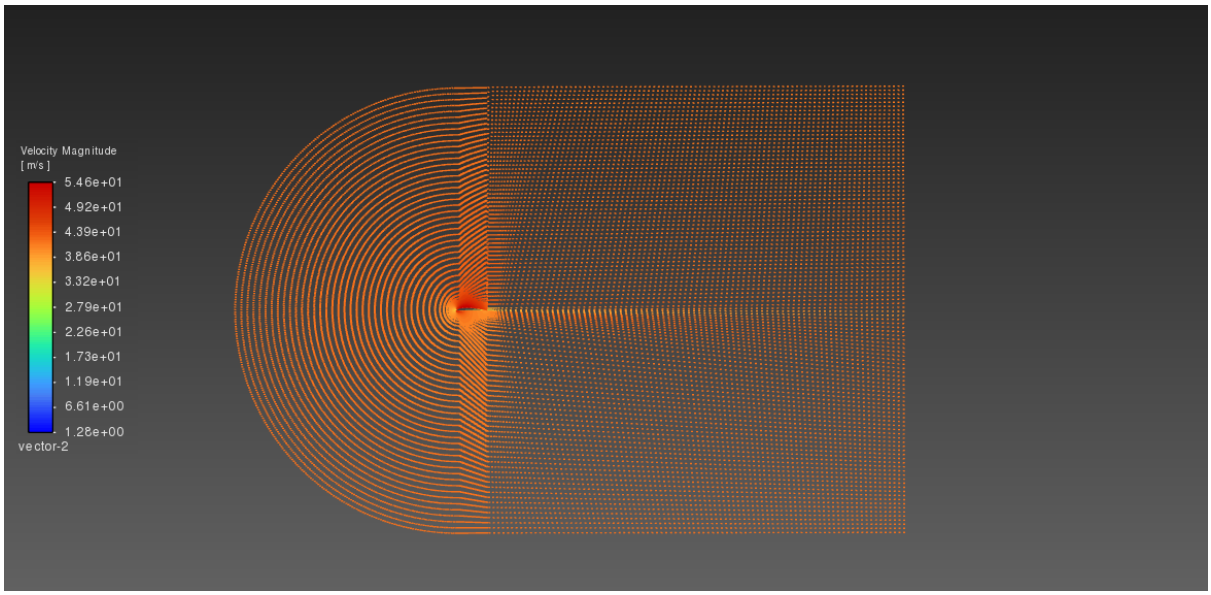


Figure 15 – *Champ de vecteurs de vitesse - Simulation 5*

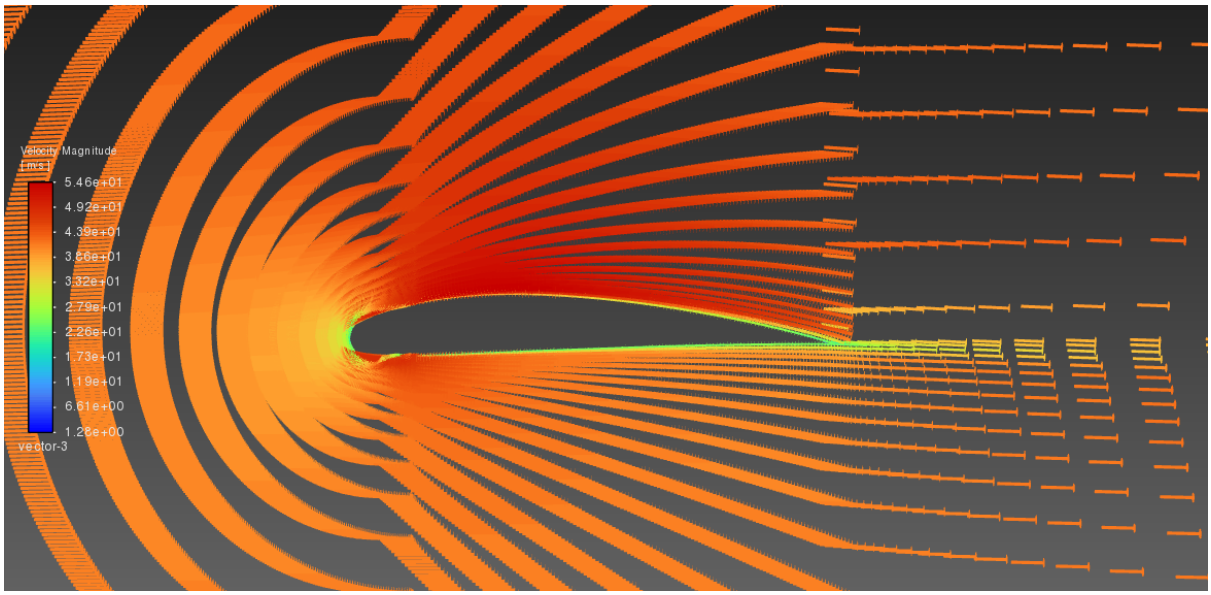


Figure 16 – *Champ de vecteurs de vitesse avec zoom sur le profil - Simulation 5*

V.5 Champ de Pression statique sur le profile - Simulation 5

Les vecteurs de vitesse permettent de visualiser la direction et l'intensité de l'écoulement autour du profil.

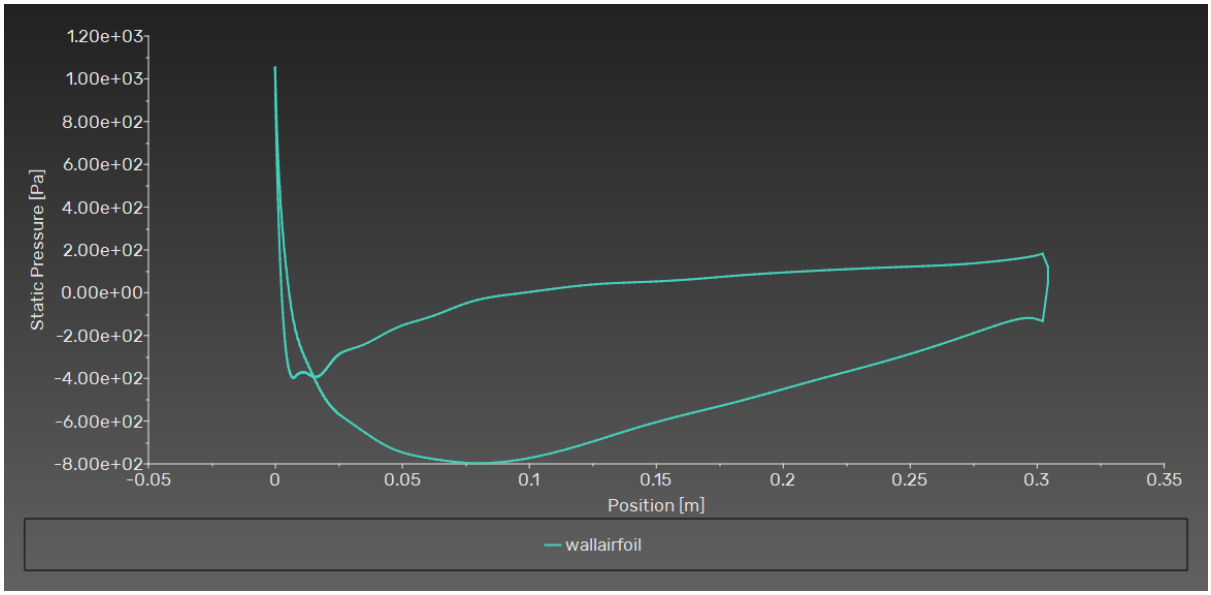


Figure 17 – *Champ de Pression statique sur le profile d'aile - Simulation 5*

VI Discussion

VI.1 Analyse de la Sensibilité aux Paramètres de Maillage

L'analyse des résultats révèle plusieurs tendances importantes concernant l'influence des paramètres de maillage sur la précision des simulations CFD du profil NACA 4412.

VI.1.1 Paramètre A - Taille du Maillage

La taille globale du maillage présente un effet modéré mais significatif, avec un effet calculé de $-20,24\%$. Un maillage plus fin (niveau haut, 10 mm) permet de capturer avec une meilleure résolution les gradients locaux de pression et de vitesse dans le domaine de calcul. Cette amélioration de la précision s'accompagne naturellement d'un coût computationnel plus élevé en raison de l'augmentation du nombre d'éléments.

L'analyse statistique montre que l'effet favorable de ce paramètre n'est toutefois pas le plus déterminant, suggérant qu'au-delà d'un certain seuil de raffinement global, les gains de précision deviennent marginaux. Cette observation est cohérente avec les principes de convergence en maillage observés dans la littérature CFD.

VI.1.2 Paramètre B - Taille de Bord

Le paramètre de taille de bord présente un effet positif de $+21,41\%$, indiquant qu'une augmentation de cette taille (passage de 100 mm à 150 mm) dégrade la précision des résultats. Cette tendance défavorable s'explique par la résolution insuffisante de la couche limite lorsque le maillage près de la paroi est trop grossier.

La couche limite étant une zone critique où se développent de forts gradients de vitesse et où s'exercent les contraintes de cisaillement pariétales, une mauvaise résolution dans cette région conduit à des erreurs significatives sur le coefficient de traînée. Les résultats de la simulation 3, qui combine un edge sizing grossier avec d'autres paramètres défavorables, confirment cette sensibilité avec une erreur atteignant $97,46\%$.

Le maintien d'un y^+ inférieur à 1, tel que visé dans cette étude, nécessite donc impérativement un raffinement suffisant près de la paroi du profil.

VI.1.3 Paramètre C - Méthode de Maillage

La méthode de maillage se révèle être le paramètre le plus influent avec un effet de $-30,58\%$. Le passage d'éléments triangulaires à des éléments quadrilatéraux améliore considérablement la précision des simulations. Cette supériorité des éléments quadrilatéraux s'explique par plusieurs facteurs :

- Meilleure précision numérique des schémas de discrétisation sur des éléments réguliers
- Alignement naturel avec la direction de l'écoulement dans les zones éloignées du profil
- Réduction de la diffusion numérique dans les régions à gradient modéré
- Meilleure capture des variations directionnelles dans la couche limite

Les éléments triangulaires, bien que plus flexibles pour mailler des géométries complexes, introduisent une diffusion numérique plus importante et sont moins adaptés aux écoulements présentant une direction privilégiée.

VI.1.4 Interactions entre Paramètres

L'analyse révèle des interactions significatives entre les paramètres, avec des effets variant entre $21,96\%$ et $22,56\%$ en valeur absolue. Ces interactions mettent en évidence que l'optimisation du maillage ne peut être réalisée en considérant chaque paramètre de manière isolée.

L'interaction AB $(-22,56\%)$ montre une synergie favorable lorsque la taille globale du

maillage et la taille de bord évoluent dans des directions opposées. L'interaction BC $(-22,04\%)$ indique que la méthode quadrilatérale est particulièrement efficace lorsqu'elle est combinée avec un raffinement fin près du profil.

Ces couplages soulignent l'importance d'une approche systématique telle que la méthode de Taguchi pour identifier la configuration optimale.

VI.2 Validation par Comparaison Expérimentale

La configuration optimale identifiée (simulation 5 : A=−1, B=−1, C=+1) présente une erreur de seulement $0,96\%$ par rapport aux données expérimentales de référence. Cette excellente concordance valide la pertinence de l'approche méthodologique adoptée.

Les coefficients aérodynamiques obtenus pour cette configuration sont :

- $C_L = 0,345$ (référence expérimentale : $0,35$) – écart de $1,43\%$
- $C_D = 0,0398$ (référence expérimentale : $0,04$) – écart de $0,50\%$

Ces résultats démontrent que la simulation numérique, lorsqu'elle est correctement configurée, peut prédire avec une grande fidélité le comportement aérodynamique du profil NACA 4412 dans les conditions testées.

VI.3 Limitations de l'Étude

Plusieurs limitations doivent être prises en compte dans l'interprétation des résultats :

- **Nombre de Reynolds unique** : L'étude se limite à $Re = 1 \times 10^6$. Les conclusions concernant les paramètres optimaux peuvent différer à d'autres nombres de Reynolds, notamment dans les régimes laminaire ou transitionnel.
- **Angle d'attaque nul** : L'optimisation est réalisée à $\alpha = 0$ř. Les paramètres optimaux pourraient varier pour des angles d'attaque différents, notamment près du décrochage où la physique de l'écoulement change drastiquement avec la séparation massive de la couche limite.
- **Modèle de turbulence** : Le modèle k-ω SST, bien que robuste et largement validé pour les écoulements aérodynamiques, reste une approximation de la turbulence réelle basée sur l'approche RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes).
- **Simulation 2D** : Les effets tridimensionnels, tels que les écoulements d'envergure et les tourbillons marginaux, ne sont pas pris en compte dans cette analyse bidimensionnelle.
- **Conditions stationnaires** : L'approche stationnaire ne capture pas les phénomènes instationnaires potentiellement présents, notamment le lâcher tourbillonnaire au bord de fuite.

VI.4 Convergence et Qualité de la Solution

Les graphiques de convergence de la simulation 5 (configuration optimale) confirment l'obtention d'une solution stable et convergée. Les résidus atteignent des niveaux inférieurs à 10^{-5}, et les coefficients aérodynamiques se stabilisent après environ 200 itérations.

Les champs de pression et de vitesse présentent des distributions physiquement cohérentes, avec :

- Une surpression sur l'intrados et une dépression sur l'extrados, générant la portance
- Une accélération de l'écoulement sur l'extrados conforme à l'effet Venturi
- Un développement régulier de la couche limite sans séparation à cet angle d'attaque
- Un sillage symétrique et stable en aval du profil

VI.5 Recommandations pour les Simulations Futures

Sur la base de cette étude, plusieurs recommandations peuvent être formulées pour améliorer la fiabilité des simulations CFD de profils aérodynamiques :

1. **Privilégier les éléments quadrilatéraux** : Lorsque la géométrie et les outils de maillage le permettent, utiliser des éléments quadrilatéraux pour améliorer la précision numérique.
2. **Raffiner le maillage dans les zones critiques** : Porter une attention particulière au raffinement près de la paroi (couche limite), au bord d'attaque (zone de fort gradient de courbure) et au bord de fuite (zone de séparation potentielle).
3. **Maintenir un y^+ approprié** : Assurer un y^+ inférieur à 1 pour une résolution adéquate de la sous-couche visqueuse avec le modèle k-ω SST.
4. **Vérifier systématiquement la convergence** : Surveiller l'évolution des résidus, des coefficients aérodynamiques et du débit massique pour garantir l'obtention d'une solution stable.
5. **Effectuer des études de sensibilité** : Réaliser une étude de sensibilité au maillage pour chaque nouvelle configuration géométrique afin d'identifier le niveau de raffinement nécessaire.
6. **Valider avec des données expérimentales** : Lorsque c'est possible, comparer les résultats numériques avec des données expérimentales ou des solutions analytiques pour valider la configuration de simulation.

VII Conclusion

Cette étude a présenté une approche méthodique et rigoureuse d'optimisation des paramètres de simulation CFD pour l'analyse aérodynamique d'un profil NACA 4412. L'application de la méthode de Taguchi a permis d'explorer efficacement l'espace des paramètres avec un nombre limité de simulations (8 configurations), offrant ainsi un compromis optimal entre coût computationnel et exhaustivité de l'analyse.

VII.1 Principaux Apports de l'Étude

Les principaux apports de ce travail peuvent être résumés comme suit :

1. **Méthodologie structurée et reproductible** : L'application du plan d'expériences de Taguchi fournit un cadre rigoureux et systématique pour l'optimisation des paramètres de simulation, directement applicable à d'autres études CFD impliquant des profils aérodynamiques ou d'autres configurations géométriques.
2. **Quantification précise des effets** : L'analyse statistique a permis d'identifier et de quantifier l'influence relative de chaque paramètre sur la précision des résultats :
   — Méthode de maillage (C) : effet dominant de $-30,58\%$
   — Interaction AB : effet significatif de $-22,56\%$
   — Taille de bord (B) : effet notable de $+21,41\%$
   — Taille du maillage (A) : effet modéré de $-20,24\%$
3. **Identification d'une configuration optimale** : La combinaison optimale identifiée (Mesh sizing = 10 mm, Edge sizing = 100 mm, Méthode quadrilatérale) permet d'atteindre une erreur de seulement $0,96\%$ par rapport aux données expérimentales, démontrant l'efficacité de l'approche d'optimisation.
4. **Base de données de validation** : Les huit simulations réalisées constituent une base de données précieuse documentant l'influence des paramètres de maillage sur la précision des prédictions aérodynamiques pour le profil NACA 4412 à $Re = 1 \times 10^6$.
5. **Mise en évidence des interactions** : L'étude a révélé l'importance des interactions entre paramètres, soulignant que l'optimisation ne peut être réalisée en considérant chaque facteur de manière isolée.

VII.2 Résultats Principaux

Les résultats de cette étude démontrent clairement l'importance d'une sélection judicieuse des paramètres de maillage pour obtenir des résultats CFD fiables et précis. La comparaison systématique avec les données expérimentales valide l'approche méthodologique et renforce la confiance dans les simulations numériques lorsqu'elles sont correctement configurées.

La configuration optimale permet de prédire avec une excellente précision les coefficients aérodynamiques du profil NACA 4412 :

- Coefficient de portance : erreur de $1,43\%$
- Coefficient de traînée : erreur de $0,50\%$
- Erreur globale composite : $0,96\%$

Ces résultats placent la simulation numérique comme un outil fiable pour l'analyse et la conception de profils aérodynamiques, sous réserve d'une configuration appropriée des paramètres de maillage et de modélisation.

VII.3 Perspectives et Développements Futurs

Cette étude ouvre plusieurs perspectives pour des travaux futurs visant à approfondir et étendre les résultats obtenus :

1. **Extension à différents angles d'attaque** : Réaliser une cartographie complète des performances aérodynamiques en étudiant la plage d'angles d'attaque de -5ř à $+15$ř, incluant les régimes pré-décrochage et post-décrochage. Cette extension permettrait d'évaluer si la configuration optimale reste valide pour différents régimes d'écoulement.
2. **Investigation de l'influence du nombre de Reynolds** : Étendre l'étude à une plage étendue de nombres de Reynolds (10^5 à 10^7) pour caractériser l'influence de ce paramètre sur la configuration optimale et identifier d'éventuelles transitions dans le comportement du système.
3. **Comparaison avec d'autres modèles de turbulence** : Évaluer les performances d'autres approches de modélisation de la turbulence, notamment :
   - Le modèle k-ϵ standard et ses variantes
   - Les modèles de turbulence de type Reynolds Stress Model (RSM)
   - Les approches Large Eddy Simulation (LES) pour une résolution plus fine des structures turbulentes

4. **Application à d'autres profils aérodynamiques** : Généraliser la méthodologie développée à d'autres familles de profils (NACA série 6, profils supercritiques, profils laminaires) pour évaluer la robustesse de l'approche et identifier d'éventuelles spécificités liées à la géométrie.
5. **Optimisation multi-objectifs** : Développer une fonction objectif incluant non seulement la précision des résultats mais également le temps de calcul et les ressources computationnelles requises, permettant d'identifier le meilleur compromis précision-efficacité pour des applications industrielles.
6. **Analyse 3D et effets d'envergure** : Étendre l'étude à des configurations tridimensionnelles pour capturer les effets de bout d'aile, les écoulements d'envergure et les structures tourbillonnaires tridimensionnelles.
7. **Étude paramétrique étendue** : Inclure d'autres paramètres de simulation tels que les schémas de discrétisation spatiale et temporelle, les conditions aux limites, ou les algorithmes de couplage pression-vitesse.
8. **Validation expérimentale complémentaire** : Réaliser des essais en soufflerie pour des configurations non documentées dans la littérature afin de constituer une base de données de validation plus complète.

VII.4 Conclusion Générale

En conclusion, cette étude démontre que la méthode de Taguchi constitue un outil puissant et efficace pour l'optimisation des simulations CFD en aérodynamique. La démarche méthodologique structurée permet d'identifier rapidement les configurations les plus performantes tout en minimisant le nombre de simulations nécessaires, représentant un gain de temps et de ressources computationnelles considérable.

Les résultats obtenus confirment que la précision des simulations numériques dépend fortement des choix de maillage, et que ces choix ne peuvent être effectués de manière arbitraire. L'approche systématique développée dans cette étude fournit un cadre de référence pour la configuration de simulations CFD fiables et précises.

La configuration optimale identifiée, combinant un maillage quadrilatéral avec un raffinement approprié global et local, permet d'atteindre une précision remarquable avec une erreur inférieure à 1% sur l'objectif composite. Ce résultat valide l'efficacité de la méthodologie et démontre le potentiel de la simulation numérique comme outil de conception et d'analyse en aérodynamique.

Au-delà des résultats spécifiques au profil NACA 4412, cette étude établit une méthodologie générique applicable à l'optimisation de paramètres de simulation pour une large gamme de problèmes en mécanique des fluides numérique. L'approche par plan d'expériences, couplée à une validation expérimentale rigoureuse, représente une contribution méthodologique significative pour améliorer la fiabilité et l'efficacité des simulations CFD en ingénierie aérodynamique.

VIII Références

Références

[1] Abbott, I. H., & von Doenhoff, A. E. (1959). *Theory of Wing Sections : Including a Summary of Airfoil Data*. Dover Publications.

[2] Anderson, J. D. (2016). *Fundamentals of Aerodynamics* (6th ed.). McGraw-Hill Education.

[3] Taguchi, G., & Konishi, S. (1987). *Taguchi Methods, Orthogonal Arrays and Linear Graphs : Tools for Quality Engineering*. American Supplier Institute.

[4] ANSYS, Inc. (2023). *ANSYS Fluent Theory Guide*. ANSYS, Inc.

[5] Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598-1605.

[6] Ferziger, J. H., & Peric, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics* (3rd ed.). Springer.

[7] Drela, M. (1989). XFOIL : An analysis and design system for low Reynolds number airfoils. In *Low Reynolds Number Aerodynamics* (pp. 1-12). Springer.

[8] Montgomery, D. C. (2017). *Design and Analysis of Experiments* (9th ed.). John Wiley & Sons.

[9] Roache, P. J. (1998). Verification of codes and calculations. *AIAA Journal*, 36(5), 696-702.

[10] Schlichting, H., & Gersten, K. (2016). *Boundary-Layer Theory* (9th ed.). Springer.

Annexes

Annexe A : Équations Gouvernantes

Les équations de Navier-Stokes moyennées par Reynolds (RANS) utilisées dans cette simulation :

Équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{41}$$

Équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho\overline{u_i' u_j'}) \tag{42}$$

où $-\rho\overline{u_i' u_j'}$ représente le tenseur de contraintes de Reynolds, modélisé par le modèle k-ω SST.

Annexe B : Modèle k-ω SST

Le modèle k-ω SST combine les avantages des modèles k-ω et k-ϵ :

Équation de l'énergie cinétique turbulente k :

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_k \mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{43}$$

Équation du taux de dissipation spécifique ω :

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2(1 - F_1)\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{44}$$

où F_1 est une fonction de mélange qui vaut 1 près des parois et 0 loin des parois.

Annexe C : Calcul du Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est défini comme :

$$Re = \frac{\rho V_\infty c}{\mu} \tag{45}$$

Pour les conditions de cette étude :

- $\rho = 1.225\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ (densité de l'air à ISA)
- $V_\infty = 42\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (vitesse de l'écoulement)
- $c = 0.2\,\mathrm{m}$ (longueur de corde)
- $\mu = 1.789 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\,s}$ (viscosité dynamique de l'air)

D'où :

$$Re = \frac{1.225 \times 42 \times 0.2}{1.789 \times 10^{-5}} = \frac{10.29}{1.789 \times 10^{-5}} \approx 1.0 \times 10^6 \tag{46}$$